

# Algorytmy Równoległe i Rozproszone

## Część VIII - Systemy rozproszone, c. d.

Łukasz Kuszner  
pokój 209, WETI

<http://www.sphere.pl/~kuszner/>  
kuszner@sphere.pl

Oficjalna strona wykładu

<http://www.sphere.pl/~kuszner/ARiR/>

2005/06

Wybór lidera

Demony

Łamanie symetrii

Bizantyjscy...

Strona główna

Strona tytułowa



Strona 1 z 21

Powrót

Full Screen

Zamknij

Koniec

# 1. Wybór lidera w cyklu c. d.

Znamy prosty algorytm dla cyklu, w którym wysyłanych jest  $O(n^2)$  wiadomości. Pokażemy teraz metodę, która gwarantuje  $O(n \log n)$  komunikatów.

Przez  $k$ -sąsiedztwo wierzchołka  $p_i$  rozumiemy zbiór wierzchołków w odległości nie większej niż  $k$  od  $p_i$ . Dla cyklu  $k$ -sąsiedztwo zawiera dokładnie  $\min n, 2k + 1$  wierzchołków.

Strona główna

Strona tytułowa

◀ ▶

◀ ▶

Strona 3 z 21

Powrót

Full Screen

Zamknij

Koniec

Algorytm przebiega etapami.

W  $l$ -tym etapie każdy z wierzchołków próbuje zostać liderem w swoim  $2^l$ -sąsiedztwie. Tylko wierzchołki którym się to uda, kontynuują działanie w kolejnym etapie.

Każda wiadomość zawiera trzy pola:

- id - identyfikator nadawcy,
- l - numer etapu,
- hc - licznik przesłań.
- f - znacznik powrotu

Na początku każdej fazy każdy aktywny wierzchołek rozsyła w obu kierunkach wiadomości z własnym identyfikatorem, numerem etapu, licznikiem przesłań ustawionym na 0 i nieustawia flagę powrotu. Tak jak w poprzednim algorytmie przekazywana dalej jest tylko otrzymana wiadomość o identyfikatorze większym niż własny. Jeśli  $l = 2^{hc}$  ustawiany jest  $f$ , a wiadomość odsyłana z powrotem.

Wybór lidera

Demony

Łamanie symetrii

Bizantyjscy . . .

Strona główna

Strona tytułowa

◀ ▶

◀ ▶

Strona 4 z 21

Powrót

Full Screen

Zamknij

Koniec

Strona główna

Strona tytułowa

◀ ▶

◀ ▶

Strona 5 z 21

Powrót

Full Screen

Zamknij

Koniec

**Lemat 1** Dla  $l > 1$  liczba aktywnych procesorów jest mniejsza lub równa od  $n/2^{l-1}$ .

Ponadto każda z dwóch wiadomości wysłanych przez tymczasowego lidera przechodzi odległość  $2 * 2^l$ , co w sumie daje  $2 * 2 * 2^l * n/2^{l-1} = 8n$  wiadomości w każdej fazie.

Strona główna

Strona tytułowa

◀▶

◀▶

Strona 6 z 21

Powrót

Full Screen

Zamknij

Koniec

## Wybór lidera w grafie pełnym

### Idea algorytmu

Każdy wierzchołek „budzi się”, po czym próbuje zwerbować jak najwięcej wierzchołków do swojego „królestwa”. Mniejsze królestwo rozpada się, napotykając większe.

Podamy pseudokod dla wierzchołka  $p_i$  używając następujących komunikatów:

- **Collect(j,s)**: wiadomość do  $p_j$  - mam już  $s$  wierzchołków w swoim królestwie, więc i ty przyłącz się do mnie.
- **Join(j,s)**: o wielki  $p_j$  przyłączam się do twego królestwa.
- **Check(j,s)**: sprawdź, czy twoje królestwo jest większe niż królestwo  $p_j$  z  $s$  wierzchołkami.
- **Ack(j,s)** Potwierdzenie, że królestwo  $p_j$  jest większe od naszego.

Wybór lidera

Demony

Łamanie symetrii

Bizantyjscy . . .

Strona główna

Strona tytułowa

◀

▶

◀

▶

Strona 7 z 21

Powrót

Full Screen

Zamknij

Koniec

Oraz zmiennych lokalnych:

- $K$  - królestwo  $p_i$  w formie identyfikatora posiadacza, inicjalnie pusty ( $\perp$ ).
- $SK$  - rozmiar  $K$ , jeśli  $K = i$
- *waiting* - wierzchołek, który chce przeciągnąć  $p_i$  do swego królestwa.

Wybór lidera

Demony

Łamanie symetrii

Bizantyjscy...

Strona główna

Strona tytułowa



Strona 8 z 21

Powrót

Full Screen

Zamknij

Koniec

## Algorytm 1: Wybór lidera w grafie pełnym

**if** procesor sam się obudził **then**

$K = i$

$KS = 1$

$waiting = i$

wyślij  $Collect(i, 1)$  do któregoś z sąsiadów

**end if**

Wybór lidera

Demony

Łamanie symetrii

Bizantyjscy . . .

Strona główna

Strona tytułowa

◀ ▶

◀ ▶

Strona 9 z 21

Powrót

Full Screen

Zamknij

Koniec

```

if odebrano Collect(j, s) then
  if  $K = \perp$  then
     $K = j$ 
    wyślij Join(j, s) do  $p_j$ 
  else
    waiting = j
    wyślij Check(j, s) do  $K$ 
  end if
end if
if odebrano Check(j, s) od  $p_l$  then
  if  $K < s$  then
    waiting =  $\perp$ 
     $K = \perp$ 
    wyślij Ack(j, s) do  $p_l$ 
  end if
end if

```

Wybór lidera

Demony

Łamanie symetrii

Bizantyjscy...

Strona główna

Strona tytułowa



Strona 10 z 21

Powrót

Full Screen

Zamknij

Koniec

```
if odebrano  $Ack(j, s)$  od  $p_l$  then  
     $waiting = \perp$   
    wyślij  $Join(j, s)$  do  $p_j$   
end if  
if odebrano  $Join(i, s)$  od  $p_l$  then  
    if  $waiting \neq \perp$  then  
         $KS = KS + 1$   
        wyślij  $Collect(j, KS)$  do  $p_{l+1}$   
    end if  
end if
```

Wybór lidera

Demony

Łamanie symetrii

Bizantyjscy . . .

Strona główna

Strona tytułowa

◀▶

◀▶

Strona 11 z 21

Powrót

Full Screen

Zamknij

Koniec

## 2. Systemy z demonem

(ang. daemon, scheduler, adversary)

Demon „steruje systemem” wskazując wierzchołki do wykonania, kolejnego kroku obliczeń.

- Demon centralny
- Demon rozproszony
- R/W atomicity

Wybór lidera

Demony

Łamanie symetrii

Bizantyjscy . . .

Strona główna

Strona tytułowa

◀▶

◀▶

Strona 12 z 21

Powrót

Full Screen

Zamknij

Koniec

## Algorytmy w modelu ze zmiennymi współdzielonymi i demonem

Niech  $p$  będzie warunkiem, a  $M$  akcją. Algorytm dla każdego wierzchołka  $u$  jest dany za pomocą reguł postaci:

**R:**   **if**  $p(u)$   
          **then**  $M$ ,

Warunek  $p$  może dotyczyć stanu wierzchołka  $u$  oraz stanów wierzchołków z sąsiedztwa wierzchołka  $u$ ,  $N(u) = \{v \mid \{v, u\} \in E\}$ . Jeśli warunek  $p$  dla wierzchołka  $u$  jest spełniony, to mówimy, że wierzchołek jest *aktywny*.

## Demon centralny

*Demon centralny* spośród wierzchołków aktywnych wybiera jeden, który jako kolejny wykona ruch, w ten sposób żadne dwa ruchy nie są wykonywane w tym samym czasie.

Wybór lidera

Demony

Łamanie symetrii

Bizantyjscy . . .

Strona główna

Strona tytułowa

◀ ▶

◀ ▶

Strona 14 z 21

Powrót

Full Screen

Zamknij

Koniec

## Demon rozproszony

*Demon rozproszony* spośród wierzchołków aktywnych wybiera dowolny podzbiór tych, które jako kolejne wykonają ruch.

Wybór lidera

*Demony*

Łamanie symetrii

Bizantyjscy . . .

Strona główna

Strona tytułowa

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Strona 15 z 21

Powrót

Full Screen

Zamknij

Koniec

## R/W atomicity

Przy konstruowaniu reguł pozwalaliśmy odczytać stany lokalne wszystkich wierzchołków w jednym kroku. Tu wprowadzamy ograniczenie do stanu tylko jednego sąsiada na ruch.

Wybór lidera

Demony

Łamanie symetrii

Bizantyjscy...

Strona główna

Strona tytułowa

◀▶

◀▶

Strona 16 z 21

Powrót

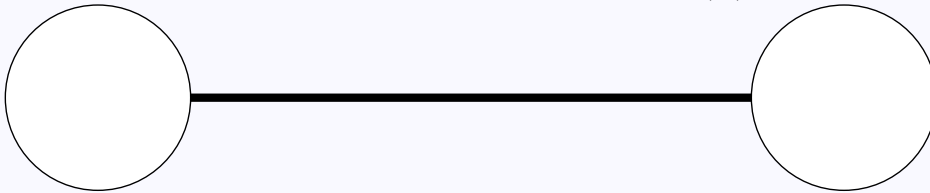
Full Screen

Zamknij

Koniec

### 3. Problem łamania symetrii

Rozpatrzmy graf jak na rysunku, w którym każdy wierzchołek  $v$  ma jedną zmienną lokalną  $f$ , inicjalnie  $f(v) = 0$ .



**Algorytm 2:** color

**R1:** if  $\exists_{u \in N(v)} f(u) = f(v)$   
then  $f(v) + = 1$

Wybór lidera

Demony

Łamanie symetrii

Bizantyjscy . . .

Strona główna

Strona tytułowa



Strona 18 z 21

Powrót

Full Screen

Zamknij

Koniec

## Ćwiczenie 1

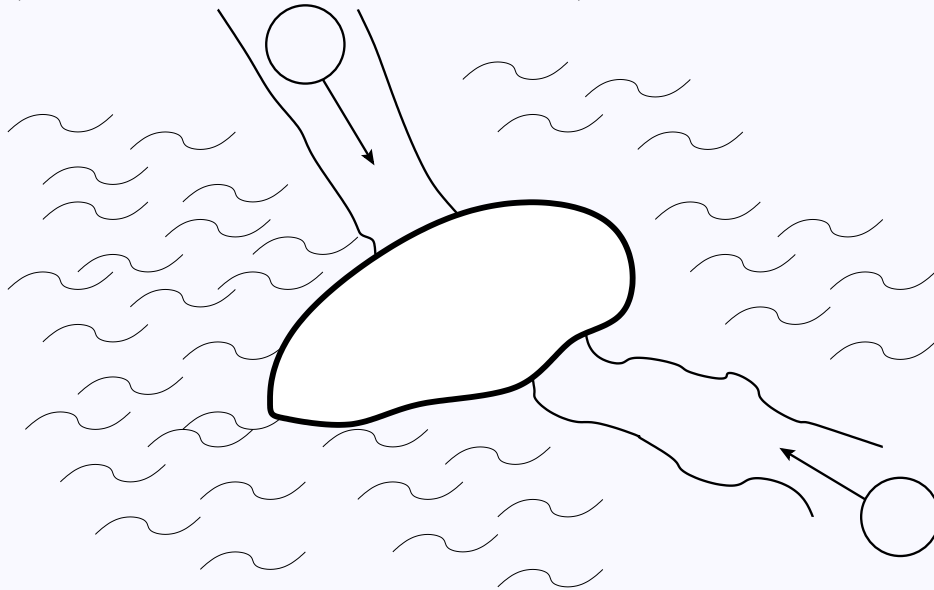
Porównaj działanie algorytmu w modelu z demonem centralnym i rozproszonym.

## Ćwiczenie 2

Napisz odpowiedni algorytm dla modelu z przesyłaniem komunikatów.

# 4. Problem Bizantyjskich generałów

(ang. coordinated attack problem)



Wybór lidera

Demony

Łamanie symetrii

Bizantyjscy ...

Strona główna

Strona tytułowa

◀ ▶

◀ ▶

Strona 19 z 21

Powrót

Full Screen

Zamknij

Koniec

Dla dwóch procesorów  $p_i$ , jednobitowego wejścia:  $x_i$  oraz jednobitowego wyjścia  $y_i$ , gdzie  $i = 1, 2$ ; nie istnieje algorytm, który komunikując się przez zawodne medium (wiadomość może być dostarczona w całości poprawnie, lub wcale) i spełnia trzy warunki

- Zgodność:  $y_1 = y_2$ ;
- Poprawność: jeśli  $x_1 = x_2 = 0$ , to  $y_1 = y_2 = 0$ ;
- Nie-trywialność: istnieje wykonanie, dla którego  $y_1 = y_2 = 1$ ;

Dowód nie wprost. Przypuśćmy, że taki algorytm istnieje. Rozpatrzmy wykonania, które prowadzą do zgodnej odpowiedzi  $y_1 = y_2 = 1$  (nietrywialność). Spośród nich wybierzmy, te w której odebrano najmniej wiadomości. Odebrano co najmniej 1 wiadomość (poprawność i zgodność). Bez utraty ogólności możemy przyjąć, że ostatnią wiadomość otrzymał  $p_1$ . Rozpatrzmy wykonanie, w którym ostatnia wiadomość zaginęła. Wtedy również  $y_1 = y_2 = 1$  (zgodność). Sprzeczność.

Wybór lidera

Demony

Łamanie symetrii

Bizantyjscy...

Strona główna

Strona tytułowa



Strona 21 z 21

Powrót

Full Screen

Zamknij

Koniec