Grafowe Modelowanie Systemów, kolokwium 2, 02.02.2005. $\Sigma =$ ☐

Wypełnij **drukowanymi** literami:

Imię	Nazwisko	Grupa	Nr indeksu

Uwagi:

1. W każdym zadaniu podano liczbę punktów za każdą poprawną odpowiedź. Jeśli odpowiedź nie jest poprawna, to liczba otrzymanych punktów wynosi 0.
2. Czas pisania **105 min**.
3. Maksymalna liczba punktów do zdobycia wynosi **200**.

☐ **1.** (48+2 pkt.) Dana jest macierz sąsiedztwa

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 10 & 11 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 0 & -2 & 3 & \infty & -6 \\ \infty & \infty & 0 & \infty & \infty & 2 \\ \infty & \infty & -6 & 0 & 2 & 1 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 0 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 9 & 3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Kolejne wiersze (kolumny) macierzy odpowiadają wierzchołkom $1, 2, 3, 4, 5, 6$. Funkcja h znaleziona podczas działania algorytmu Johnsona ma postać:

	1	2	3	4	5	6	
funkcja h:							$(6 \cdot 3$ pkt.)

Wiersz numer 1 w tablicy d bezpośrednio po wykonaniu algorytmu Dijkstry ma postać:

	1	2	3	4	5	6	
wiersz $d[1,*]$:							$(6 \cdot 3$ pkt.)

Po dokonaniu przekształcenia odwrotnego, zwracany wiersz nr 1 w tablicy d to:

	1	2	3	4	5	6	
wiersz $d[1,*]$:							$(6 \cdot 2$ pkt.)

☐ **2.** (50 pkt.) Dany jest graf prosty $G = (V, E)$, gdzie $V = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l\}$, $E = \{\{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{c, f\}, \{d, f\}, \{f, e\}, \{g, f\}, \{e, h\}, \{g, j\}, \{h, i\}, \{j, h\}, \{i, j\}, \{k, i\}, \{i, l\}, \{j, k\}, \{l, k\}\}$. Skojarzenie M w G ma postać $M = \{\{b, c\}, \{d, f\}, \{e, h\}, \{g, j\}, \{i, l\}\}$. Mamy dane dwa drzewa naprzemienne T_1, T_2, gdzie $V(T_1) = \{a, b, c, d, f\}$, $V(T_2) = \{i, l, k\}$. Podaj takie definicje $E(T_1), E(T_2)$, aby zawsze wystąpiło p ściągnięć kielichów (liczba p ma być największa możliwa) podczas szukania ścieżki powiększającej:

$E(T_1) =$ ☐ (10 pkt.),

$E(T_2) =$ ☐ (5 pkt.).

$p =$ ☐ (5 pkt.). Początkowa liczba kielichów: ☐ (5 pkt.).

Ile maksymalnie ściągnieć kielichów może wystąpić? ☐ (10 pkt.)

Graf G po wystąpieniu maksymalnej liczby ściągnięć kielichów, które mogą się pojawić poodczas szukania ścieżki powiększającej ma postać:

☐ (15 pkt.)

3. (10·5 pkt.) Oblicz:

$\chi((K_r + \overline{K_{r,r}}) \cup K_s) =$

$\chi((P_n + P_s) + P_r) =$

$\chi_=(P_n + C_r) =$

$\chi_=(K_{7,8r}) =$

$\chi_=(\overline{K_3 + N_n} \cup N_3) =$

$\sum((K_n + \overline{K_{r,r}}) \cup K_s) =$

$\sum(\overline{W_n} + P_n) =$

$\sum(P_n + C_{2n}) =$

$\chi_r(\overline{K_n} + \overline{K_r} + \overline{K_s}) =$

$\chi_r(K_n + \overline{K_n} \cup P_r) =$

Zakładamy, że $n, r, s > 100$.

4. $(4 \cdot 6 + 12 \cdot 2 + 2$ pkt.) Dana jest macierz sąsiedztwa

$$W = \begin{bmatrix} \infty & 5 & 8 & 25 \\ 9 & \infty & 4 & 12 \\ 10 & 15 & \infty & 5 \\ 13 & 5 & 21 & \infty \end{bmatrix}.$$

Wierzchołki etykietujemy kolejno symbolami a, b, c, d. Rozważamy rekurencyjny algorytm szukania optymalnego rozwiązania dla problemu komiwojażera. Narysuj drzewo rekurencji, pokazując dla każdego węzła drzewa przeszukiwań macierz po dokonaniu redukcji. Podaj wartości zmiennych: w wierszu nr i należy podać wartość odpowiedniej zmiennej (LB, r, max) wyliczonej w i-tym węźle drzewa przeszukiwań. Węzły numerujemy zgodnie z kolejnością ich tworzenia podczas działania algorytmu. Należy podać pierwsze cztery węzły (lub mniej, jeśli 4 nie wystąpią). Pokazując macierze sąsiedztwa, należy oznaczyć wiersze/kol. odpowiednimi etykietmi wierzchołków.

i	LB	r	max
1			
2			
3			
4			