Grafowe Modelowanie Systemów, kolokwium 1b, 13.01.2004. $\Sigma =$ ____

Wypełnij **drukowanymi** literami:

Imię	Nazwisko	Grupa	Nr indeksu

Uwagi:

1. W każdym zadaniu podano liczbę punktów za każdą poprawną odpowiedź. Jeśli odpowiedź nie jest poprawna, to liczba otrzymanych punktów wynosi 0.
2. Czas pisania **105 min**.
3. Maksymalna liczba punktów do zdobycia wynosi **100**.

1. Dany jest digraf $G = (\{s, t, u, v, w, x, y\}, E)$ oraz pojemności łuków: $c(s, u) = 100, c(s, v) = 100, c(u, w) = 22, c(u, x) = 23, c(v, w) = 9, c(v, x) = 26, c(v, y) = 11, c(w, x) = 3, c(w, t) = 20, c(y, t) = 11, c(x, t) = 25$. Mamy dany również przepływ f: $f(s, u) = 5, f(s, v) = 13, f(u, w) = 3, f(u, x) = 2, f(v, w) = 9, f(v, x) = 4, f(v, y) = 0, f(w, x) = 2, f(w, t) = 10, f(y, t) = 0, f(x, t) = 8$.

Maksymalna l. iteracji do zakończenia alg. Fulkersona-Forda: ____ (4 pkt.).

Minimalna l. iteracji do zakończenia alg. Fulkersona-Forda: ____ (4 pkt.).

Wartość maksymalnego przepływu w grafie wynosi ____ (4 pkt.).

Wartość przepływu f', który można uzyskać w następnej iteracji można oszacować

____ $\leqslant |f'| \leqslant$ ____ (oszacowania powinny być dokładne) (4+4 pkt.).

Niech f' będzie przepływem uzyskanym w następnej iteracji algorytmu Fulkersona-Forda, przy założeniu, że ścieżka wykorzystana do powiększenia f była najdłuższa. Wówczas f' to

____ (5 pkt.).

2. Dany jest graf prosty $G = (V, E)$, gdzie $V = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l\}$, $E = \{\{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{c, e\}, \{d, g\}, \{e, f\}, \{g, f\}, \{g, i\}, \{f, h\}, \{i, h\}, \{i, k\}, \{h, j\}, \{k, j\}, \{j, l\}\}$. Skojarzenie M w G ma postać

$$M = \{\{b, c\}, \{d, g\}, \{e, f\}, \{i, h\}, \{k, j\}\}.$$

Mamy dane dwa drzewa naprzemienne T_1, T_2, gdzie

$$E(T_1) = \{\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, g\}\},$$

$$E(T_2) = \{\{k, j\}, \{j, l\}\}.$$

Ile jest kielichów w tym grafie? ____ (5 pkt.)

Ile kielichów musi wystąpić, aby ścieżka powiększająca została znaleziona? ____ (5 pkt.)

Ile maksymalnie ściągnieć kielichów może wystąpić? ____ (5 pkt.)

Jak wygląda graf G_C, zakładając, że drzewa T_1, T_2 zostały rozbudowane w taki sposób, że kielich C jest maksymalnym jaki może się pojawić?

$G_C =$ ____ (10 pkt.)

3. Podaj dolne (2 pkt.) oraz górne (2 pkt.) oszacowanie na liczbę krawędzi diagramu Voronoi. Podaj zbiory punktów P_1, P_2, dla których wartości, odpowiednio, dolnego oraz górnego oszacowania są osiągane:

$P_1 =$ (3 pkt.),

$P_2 =$ (3 pkt.).

4. (10·3 pkt.) Oblicz:

$\chi(\overline{K_{a,b}} + K_3) =$,

$\chi(\overline{W_n} \cup P_k) =$, gdzie $n \geqslant 4$,

$\chi'(\overline{S_n}) =$,

$\chi_=(K_{3,10k}) =$,

$\chi_=(W_n \cup K_1 \cup K_1) =$, gdzie $n > 100$,

$\chi_=(\overline{W_n}) =$,

$\chi_=(P_{n+1} + P_{n+1}) =$,

$\sum(K_{a,c,d} \cup P_{a+b}) =$,

$\sum(\overline{W_n}) =$,

$\sum(P_n + P_k) =$.

Jeśli nie podano inaczej, to zakładamy, że $a, b, c, d, n, k > 0$

5. (10 pkt.) Podaj graf G o co najmniej trzech wierzchołkach stopnia Δ, dla którego $\chi(G) = 4$ oraz $\omega(G) = 2$. Wskaż jego optymalne pokolorowanie: