

**Grafowe Modelowanie Systemów, kolokwium 1b, 13.01.2004.**

$\Sigma =$

Wypełnij **drukowanymi** literami:

Imię	Nazwisko	Grupa	Nr indeksu

**Uwagi:**

1. W każdym zadaniu podano liczbę punktów za każdą poprawną odpowiedź. Jeśli odpowiedź nie jest poprawna, to liczba otrzymanych punktów wynosi 0.
2. Czas pisania **105 min.**
3. Maksymalna liczba punktów do zdobycia wynosi **100.**

1. Dany jest digraf  $G = (\{s, t, u, v, w, x, y\}, E)$  oraz pojemności łuków:  $c(s, u) = 100, c(s, v) = 100, c(u, w) = 22, c(u, x) = 23, c(v, w) = 9, c(v, x) = 26, c(v, y) = 10, c(w, x) = 2, c(w, t) = 20, c(y, t) = 10, c(x, t) = 25$ . Mamy dany również przepływ  $f: f(s, u) = 5, f(s, v) = 13, f(u, w) = 3, f(u, x) = 2, f(v, w) = 9, f(v, x) = 4, f(v, y) = 0, f(w, x) = 2, f(w, t) = 10, f(y, t) = 0, f(x, t) = 8$ .

Minimalna l. iteracji do zakończenia alg. Fulkersona-Forda:  (4 pkt.).

Maksymalna l. iteracji do zakończenia alg. Fulkersona-Forda:  (4 pkt.).

Wartość maksymalnego przepływu w grafie wynosi  (4 pkt.).

Wartość przepływu  $f'$ , który można uzyskać w następnej iteracji można oszacować   $\leq |f'| \leq$   (oszacowania powinny być dokładne) (4+4 pkt.).

Niech  $f'$  będzie przepływem uzyskanym w następnej iteracji algorytmu Fulkersona-Forda, przy założeniu, że ścieżka wykorzystana do powiększenia  $f$  była najdłuższa. Wówczas  $f'$  to  (5 pkt.).

2. Dany jest graf prosty  $G = (V, E)$ , gdzie  $V = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l\}$ ,  $E = \{\{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{c, e\}, \{d, g\}, \{e, f\}, \{g, f\}, \{g, i\}, \{f, h\}, \{i, h\}, \{i, k\}, \{h, j\}, \{k, j\}, \{j, l\}\}$ . Skojarzenie  $M$  w  $G$  ma postać

$$M = \{\{b, c\}, \{d, g\}, \{e, f\}, \{i, h\}, \{k, j\}\}.$$

Mamy dane dwa drzewa naprzemienne  $T_1, T_2$ , gdzie

$$E(T_1) = \{\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{c, e\}, \{d, g\}, \{e, f\}\},$$

$$E(T_2) = \{\{k, j\}, \{j, l\}\}.$$

Ile jest kielichów w tym grafie?  (5 pkt.)

Ile kielichów musi wystąpić, aby ścieżka powiększająca została znaleziona?  (5 pkt.)

Ile maksymalnie ściągnąć kielichów może wystąpić?  (5 pkt.)

Jak wygląda graf  $G_C$ , zakładając, że drzewa  $T_1, T_2$  zostały rozbudowane w taki sposób, że kielich  $C$  jest maksymalnym jaki może się pojawić?

$G_C =$   (10 pkt.)

**3.** Podaj dolne  (2 pkt.) oraz górne  (2 pkt.) oszacowanie na liczbę wierzchołków diagramu Voronoi. Podaj zbiory punktów  $P_1, P_2$ , dla których wartości, odpowiednio, dolnego oraz górnego oszacowania są osiągnięte:

$P_1 =$   (3 pkt.),

$P_2 =$   (3 pkt.).

**4.** (10·3 pkt.) Oblicz:

$\chi(\overline{K_{a,b}} + K_2) =$  ,

$\chi(\overline{W_n}) =$  , gdzie  $n \geq 4$ ,

$\chi'(\overline{S_n}) =$  ,

$\chi=(K_{3,7k}) =$  ,

$\chi=(W_n \cup K_1) =$  , gdzie  $n > 100$ ,

$\chi=(\overline{W_n}) =$  ,

$\chi=(P_n + P_n) =$  ,

$\Sigma(K_{a,b,c,d} \cup P_{a+b}) =$  ,

$\Sigma(\overline{W_n}) =$  ,

$\Sigma(P_n + P_k) =$  .

Jeśli nie podano inaczej, to zakładamy, że  $a, b, c, d, n, k > 0$

**5.** (10 pkt.) Podaj graf  $G$  bez liści, dla którego  $\chi(G) = 4$  oraz  $\omega(G) = 2$ . Wskaż jego optymalne pokolorowanie: